

Aufgabenteil A - allgemeine Aufgaben oHiMi (Übungsaufgaben)

- 1) Gegeben sind zwei Folgenglieder $a_2 = 3$ und $a_5 = 24$.
Ermitteln Sie das Folgenglied a_{10} , wenn (a_n) eine geometrische Zahlenfolge ist!
- 2) Für jede reelle Zahl t ist durch die Punkte $A(-5; 8)$, $B(4; 11)$ und $C_t(t; 6)$ ein Dreieck gegeben. Berechnen Sie alle Werte von t , so dass das Dreieck bei C_t einen rechten Winkel besitzt!
- 3) In einer Lostrommel befinden sich noch genau 10 Lose, darunter sind nur zwei Gewinnlose. Karla zieht genau 3 Lose.
 - (1) Mit welcher Wahrscheinlichkeit zieht sie dabei nur Nieten?
 - (2) Mit welcher Wahrscheinlichkeit zieht sie beide Gewinnlose?
 - (3) Bestimmen Sie den Erwartungswert für die Anzahl der gezogenen Gewinnlose!
- 4) Gegeben sind die Funktionen $f(x) = e^x$ und $g(x) = e^{x+2} - 1$.
Wie lässt sich der Graph von g aus dem Graphen von f gewinnen?
- 5) Gegeben ist die Funktion $y = f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 1}$. Bestimmen Sie die Polstellen!
- 6) Gegeben sind die Punkte $A(2; -1)$ und $B(8; 8)$.
Bestimmen Sie die Koordinaten eines Punktes P , so dass dieser die Strecke \overline{AB} innen im Verhältnis $1 : 2$ teilt!
- 7) In einem Test werden 10 Fragen mit je 3 Antwortmöglichkeiten vorgegeben. Von den Antworten ist jeweils genau eine richtig. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem zufälligen Ankreuzen genau 4 Antworten richtig sind!
- 8) Eine Funktion $f(x) = x^3 - 4x$ hat 3 Nullstellen bei -2 ; 0 und bei $+2$.
Der Anstieg bei $x = -2$ ist 8 . Wie groß ist der Anstieg der Funktion bei $x = +2$?
- 9) Lösen Sie die Gleichung $2^{x+9} = 16^x$ ($x \in \mathbb{R}$)! (Hinweis: Ergebnis ist ganzzahlig)
- 10) Gegeben ist die Zahlenfolge (a_n) durch $a_n = \frac{4n+1}{2n-1}$ mit $n \in \mathbb{N}$ und $n \geq 1$.
Zeigen Sie, dass es sich nicht um eine arithmetische Zahlenfolge handelt !
- 11) Gegeben ist der Term $\sqrt{x^3} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}$.
Bestimmen Sie den Definitionsbereich des Terms !
- 12) Der Graph der Funktion f mit $f(x) = (x-2)^2$, $x \in \mathbb{R}$, hat mit den Koordinatenachsen genau zwei gemeinsame Punkte.
Berechnen Sie deren Abstand !
- 13) Die Funktion $f(x) = x^4 - 4x^2$ hat bei $x = -2$ den Anstieg -16 . Welchen Anstieg hat die Funktion bei $x = 2$?

Zu 1. $a_n = a_n \cdot q^{(n-1)}$

$3 = a_n \cdot q^{(2-1)}$

$24 = a_n \cdot q^{(5-1)}$

$8 = 1 \cdot q^3$

$q = \sqrt[3]{8} = 2$

$3 = a_n \cdot 2^1$

$a_n = \frac{3}{2} = 1,5$

$a_n = 1,5 \cdot 2^{(n-1)}$

$a_{10} = 1,5 \cdot 512 = 768$

Zu 2. $A(-5/8)$

$B(4/12)$

$C(t/6)$

$\vec{CA} = \begin{pmatrix} -5-t \\ 8-6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5-t \\ 2 \end{pmatrix}$

$\vec{CB} = \begin{pmatrix} 4-t \\ 12-6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4-t \\ 6 \end{pmatrix}$

rechter Winkel: $\vec{CA} \cdot \vec{CB} = 0$

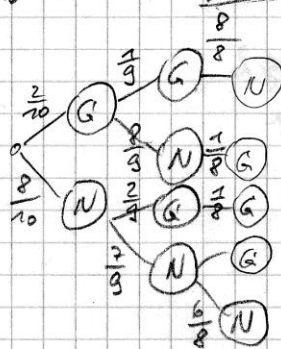
$(-5-t) \cdot (4-t) + (2 \cdot 6) = 0$

$-20 + t + 2t^2 + 12 = 0$

$t^2 + t - 8 = 0$

$t_1 = 2,70$
 $t_2 = -3,70$

Zu 3.



$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{8}{8} \\ \frac{2}{10} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{8} \\ \frac{8}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{8} \end{array} \right\} 3 \times \frac{1}{45} = \frac{3}{45} = \frac{1}{15} \text{ beide Gewinn b)}$

c) Erwartungswert $E(x) = x_1 \cdot p(x_1) + x_2 \cdot p(x_2) + \dots + x_n \cdot p(x_n)$

$E(0) = 0 \cdot \frac{7}{15} = 0$

$E(1) = 1 \cdot \frac{7}{15} = \frac{7}{15}$

$E(2) = 2 \cdot \frac{1}{15} = \frac{2}{15}$

Summe $E(x) = \frac{9}{15}$

Zu 4. von e^x zu $e^{x+2} - 1$

- zuerst e^x zwei nach links rücken $\rightarrow e^{x+2}$

- dann e^{x+2} eins nach unten rücken $\rightarrow e^{x+2} - 1!$

Zu 5. Polstellen $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 1}$

Nenner = 0 $\rightarrow x_{P_1} = +1$
 $x_{P_2} = -1$ in den Zähler $\rightarrow = 0$ keine PST!
 $\rightarrow = -2$ ist PST.

Zu 6. $A(2/-1)$ $B(8/8)$ $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \end{pmatrix}$ $t = \frac{1}{3}!$

$\Rightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow$ der Punkt $(4/2)$ fällt AB wie 1:2

Zu 7: 10 Fragen mit je 3 Antworten

$$p(\text{genau 4 richtig}) = \binom{10}{4} \cdot \frac{1}{3}^4 \cdot \frac{2}{3}^6 = \frac{4480}{19683} = \underline{\underline{0,2276}}$$

Zu 8: $f(x) = x^3 - 4x$ NST $x_1 = -2; x_2 = 0; x_3 = 2$

Absstieg bei $x = -2$ ist 8 \Rightarrow da symmetrisch (punktsym.)

\hookrightarrow Absstieg bei $x = +2$ ist +8!

Zu 9: Lösen: $2^{x-9} = 16^x$ | \log

$$(x-9) \cdot \log 2 = x \cdot \log 16 \quad | : \log 2$$

$$x-9 = x \cdot 4 \quad | -x$$

$$-9 = 3x \quad | : 3$$

$$\underline{\underline{-3 = x}}$$

Zu 10: $a_n = \frac{4n+1}{2n+1}$

$$a_1 = \frac{5}{1} = 5$$

$$a_2 = \frac{9}{3} = 3 \quad \downarrow d = -2$$

$$a_3 = \frac{13}{5} \quad \downarrow d = -\frac{2}{5}$$

unkonstantlich

\hookrightarrow keine arithm. ZF

Zu 11: $\sqrt{x^3} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}$

WB: Radikand ≥ 0

$$x^3 \geq 0 \text{ d.h. } x \geq 0$$

$$\text{und } \frac{1}{x} \geq 0 \hookrightarrow x > 0$$

\hookrightarrow WB: $x > 0!$

Zu 12: $f(x) = (x-2)^2$

NST: $x = +2$

rechtenk. Dreieck

y-Achse: $y = 4$

$$\text{Abstand} = \sqrt{2^2 + 4^2}$$

$$\underline{\underline{d = 2 \cdot \sqrt{5} \text{ LE}}}$$

Zu 13: $f(x) = x^4 - 4x^2$ ist achsensymmetr.

bei $x = -2$ den Absstieg -16 \hookrightarrow bei $x = 2$ ist W = +16